OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

Ejercicio 1.- Sea *A* una matriz de la forma $A=\begin{pmatrix} -x+1 & -1 \\ x & x+1 \end{pmatrix}$, con $x\in\Re$. Sea $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ la matriz identidad.

1) [2 puntos] Calcule los valores de ***x*** para los cuales se verifica la igualdad ***A*.(*A* - *I*) = *A* - *I***.

2) [1'25 puntos] Calcule los valores de ***x*** para los cuales ***A*** tiene inversa. Calcule la inversa de ***A*** cuando ***x* = 2**.

$a)$

$$A\left(A-I\right)\cdot\left(A-I\right)^{-1}=\left(A-I\right)\cdot\left(A-I\right)^{-1}\Rightarrow A\,I=I\Rightarrow A=I\Rightarrow\begin{pmatrix} -x+1 & -1 \\ x & x+1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases} x=0 \\ -1\neq 0 \end{cases}$$

No tiene solución

$b)$*Tiene inversa una matriz, cuando su matriz no es nula*

$$|A|=\begin{vmatrix} -x+1 & -1 \\ x & x+1 \end{vmatrix}=\left(x+1\right)\left(1-x\right)+x=1-x^2+x\Rightarrow Si\ |A|=0\Rightarrow -x^2+x+1=0\Rightarrow x^2-x-1=0\Rightarrow$$

$$\Delta=\left(-1\right)^2-4\cdot1\cdot\left(-1\right)=1+4=5\Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\Rightarrow\begin{cases} x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\forall x\in\Re-\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}\Rightarrow|A|\neq0\Rightarrow Existe\ A^{-1}\Rightarrow A^{-1}=\frac{1}{|A|}\cdot adj\ A^t$$

$$Si\ x=2\Rightarrow A=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow|A|=\begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}=-3+2=-1\Rightarrow A^t=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\Rightarrow adj\ A^t=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$A^{-1}=\frac{1}{\left(-1\right)}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 2.- Se quiere construir un depósito (sin techo) con forma de prisma recto de base cuadrada y lados rectángulos. El depósito debe albergar un volumen de 2000 m^3. Sabemos que el coste de materiales de la base es de 50 €/m^2, el coste de materiales de las cuatro paredes es de 100€/m^2. Además, el coste de construcción es un coste fijo de 20000 €.

1) [0,5 PUNTOS] Escriba la función ***c*(*l*)** de coste total en función del lado de la base ***l***.

2) [1,5 PUNTOS] ¿Para qué valor de ***l*** es el coste total mínimo? ¿Cuánto es este coste?

3) [0,5 PUNTOS] ¿Qué ocurre con el coste cuando el lado ***l*** de la base del depósito tiende a infinito? ¿Y cuando tiende a cero?

4) [1 PUNTO] Usando solo los datos obtenidos de los apartados anteriores, haga un esbozo de la gráfica de la curva ***c*(*l*)** en el dominio $l\in\left(0,\infty\right)$

Siendo **L** el lado de la base cuadrada y **H** la altura del prisma

$a)$

$$\begin{cases} 2000=L^2H\Rightarrow H=\dfrac{2000}{L^2} \\ c\left(L\right)=50\cdot L^2+4\cdot LH.100+20000 \end{cases}\Rightarrow c\left(L\right)=50\cdot L^2+4\cdot L\cdot\frac{2000}{L^2}.100+20000$$

$$c\left(L\right)=50\cdot L^2+\frac{800000}{L}+20000=\frac{50L^3+20000L+800000}{L}=50\cdot\frac{L^3+400L+16000}{L}$$

$b)$

$$c'(L)=\frac{dc(L)}{dL}=50\cdot\frac{\left(3L^2+400\right)L-\left(L^3+400L+16000\right)}{L^2}=50\cdot\frac{3L^3+400L-L^3-400L-16000}{L^2}$$

$$c'(L)=\frac{dc(L)}{dL}=50\cdot\frac{2L^3-16000}{L^2}=100\cdot\frac{L^3-8000}{L^2}\Rightarrow c'(L)=0\Rightarrow 100\cdot\frac{L^3-8000}{L^2}=0\Rightarrow L^3-8000=0\Rightarrow$$

$$L^3=8000\Rightarrow L=\sqrt[3]{8000}=20\Rightarrow c''(L)=\frac{d^2c(L)}{dL^2}=100\cdot\frac{3L^2L^2-2L\left(L^3-8000\right)}{L^4}=100\cdot\frac{3L^3-2L^3+16000}{L^3}$$

$$c''(L)=100\cdot\frac{L^3+16000}{L^3}\Rightarrow c''(20)=100\cdot\frac{20^3+16000}{20^3}=100\cdot\frac{8000+16000}{8000}=\frac{24000}{80}=600>0\Rightarrow \textit{Mínimo}$$

$$\begin{cases} L=20\ m \\ H=\dfrac{2000}{20^2}=\dfrac{2000}{400}=5\ m\Rightarrow c(20)=50\cdot\dfrac{20^3+400\cdot 20+16000}{20}=50\cdot\dfrac{8000+8000+16000}{20}=50\cdot\dfrac{32000}{20}\end{cases}$$

$$c(20)=50\cdot 1600=80000\ €$$

$c)$

$$\lim_{x\to\infty}c(L)=\lim_{x\to\infty}\left[50\cdot\frac{L^3+400L+16000}{L}\right]=\frac{\infty}{\infty}=50\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{L^3+400L+16000}{L}=\xrightarrow{\textit{Utilizando L'Hopital}}=$$

$$=50\cdot\lim_{x\to\infty}\frac{3L^2+400}{1}=50\cdot\infty=\infty$$

$$\lim_{x\to 0}c(L)=\lim_{x\to 0}\left[50\cdot\frac{L^3+400L+16000}{L}\right]=50\cdot\frac{0^3+400\cdot 0+16000}{0}=\frac{50\cdot 16000}{0}\Rightarrow \textit{Sin solución}$$

Ejercicio 3

Sea π el plano $\pi \equiv$ ***x - y + z = 0***. Sea ***r*** la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$

1) [0,75 PUNTOS] Describa la posición relativa de π y *r*.
2) [**1 PUNTO]** Calcule el ángulo formado por π y *r* (si no posee calculadora, puede dejar indicado el resultado final).
3) [1,5 PUNTOS] Dé un ejemplo de una recta que corte a ***r***, una recta que sea paralela y distinta de ***r*** y una recta que se cruce con ***r***. Al menos una de esas rectas debe darse mediante sus ecuaciones implícitas (generales).

1) Una recta y un plano son paralelos, y sus vectores directores perpendiculares si el producto escalar de estos es nulo, en caso de no ser nulo se cortan en un punto

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_\pi} = (1,-1,1) \\ \overrightarrow{v_r} = (2,-1,2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} \cdot \overrightarrow{v_r} = (1,-1,1)\cdot(2,-1,2) = 2+1+2 = 5 \neq 0 \Rightarrow$$

La recta y el plano se cortan en un punto

2)

Siendo α el ángulo que forman

$$sen\,\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{v_\pi}\cdot\overrightarrow{v_r}\right|}{\left|\overrightarrow{v_\pi}\right|\cdot\left|\overrightarrow{v_r}\right|} = \frac{\left|(1,-1,1)\cdot(2,-1,2)\right|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+1^2}\cdot\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = \frac{|5|}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{9}} = \frac{5}{3\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{9} = 0{,}9622504486493762741$$

$$\alpha = arc\ sen\left(\frac{5\sqrt{3}}{9}\right) = 74^{\circ}12'25''$$

3) Supongamos una recta **s** que pasa por uno de los puntos **R** de la recta dada (tomamos el indicado en la ecuación) y que tiene un vector director diferente

$$\begin{cases} R(1,0,-1) \\ \overrightarrow{v_s} = (1,2,2) \end{cases} \Rightarrow s \equiv x-1 = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{2}$$

Una recta **t** es paralela si no tiene puntos comunes con **r** y su vector director es el mismo
Sea el punto **T**(3 , 1 , -1)

$$\begin{cases} T(3,1,-1) \\ \overrightarrow{v_t} = \overrightarrow{v_r} = (2,-1,2) \end{cases} \Rightarrow r \equiv \frac{3-1}{2} \neq \frac{1}{2} \Rightarrow T\ no\ pertenece\ a\ r \Rightarrow t \equiv \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$$

Una recta **u** se cruzará con **r** si tiene un punto **U** no común con los de **r** y su vector director no es igual o proporcional al de **r**
Sea el punto **U**(3 , 1 , -1)

$$\begin{cases} U(3,1,-1) \\ \overrightarrow{v_u} = (3,1,2) \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow \overrightarrow{v_u} \neq \overrightarrow{v_r} \Rightarrow u \equiv \frac{x-3}{3} = y-1 = \frac{z+1}{2}$$

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1) Considere el sistema de ecuaciones $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & t & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ t^2-3t+2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ con $t \in \Re$

[3,25 PUNTOS] Estudie la compatibilidad del sistema, dependiendo del parámetro *t*, y calcule todas las soluciones en los casos en los que sea compatible

El determinante de la matriz de los coeficientes ampliada debe de ser nulo, y los valores que de serán los que hacen al sistema compatible determinado o indeterminado, analizaremos los casos que se presenten

$$|A/B| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & t & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ t^2-3t+2 & 0 & 2 & 3 \end{vmatrix} = t \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ t^2-3t+2 & 2 & 3 \end{vmatrix} = t \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ t^2-3t+2-4 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot t \cdot \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ t^2-3t-2 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$|A/B| = (-1) \cdot t \cdot \left[2 + \left(t^2 - 3t - 2\right)\right] = t \cdot \left(t^2 - 3t - 2 + 2\right) = t \cdot \left(t^2 - 3t\right) = t^2 \cdot (t-3) \Rightarrow$$

$$Si\ |A/B| = 0 \Rightarrow \begin{cases} t^2 = 0 \Rightarrow t = 0 \\ t - 3 = 0 \Rightarrow t = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$t = 0$

$$A/B = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow rang\ (A) = rang\ (A/B) = 2 < Número\ de\ incógnitas$$

Sistema Compatible Indeterminado

$$t = 3 \Rightarrow A/B = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 & 3 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow rang\ (A) = 3 = Número\ de\ incógnitas \Rightarrow$$

Sistema Compatible Determinado

$Si\ t = 0 \Rightarrow$ *Sistema Compatible Indeterminado*

$$t = 0 \Rightarrow A/B = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \Rightarrow z = 1 \Rightarrow 2x + 1 = 2 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow Solución \Rightarrow (x\ ,\ y\ ,\ z) = \left(\frac{1}{2}\ ,\ \lambda\ ,1\right)$$

Continuación Ejercicio 1 de la Opción de Examen nº 2

$$t=3 \Rightarrow Sistema\ Compatible\ Determinado$$

$$A/B=\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow z=1 \Rightarrow 3y+3\cdot 1=3 \Rightarrow 3y=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow 2x+1=2 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

$$Solución \Rightarrow (x\ ,\ y\ ,\ z)=\left(\frac{1}{2}\ ,0\ ,1\right)$$

Ejercicio 2.- Sea ***f*(*x*) = ln (*x*^{2} + 3*x* + 2)**.
1) [2,5 PUNTOS] Calcule el dominio de ***f***, los cortes con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y sus asíntotas.
2) [1 PUNTO] Haga un esbozo de la gráfica de ***f***.

$a)$

$$x^2+3x+2=0 \Rightarrow \Delta=3^2-4\cdot 1\cdot 2=1\geq 0 \Rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{1}}{2\cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-3+1}{2}=-1 \\ x=\dfrac{-3-1}{2}=-2 \end{cases}$$

$$x^2+3x+2>0 \Rightarrow (x+1)(x+3)>0 \Rightarrow \begin{cases} x+1>0 \Rightarrow x>-1 \\ x+3>0 \Rightarrow x>-3 \end{cases}$$

	$-\infty$	**-2**	**-1** ∞
x > -2	**(-)**	**(+)**	**(+)**
x > -1	**(-)**	**(-)**	**(+)**
Solución	**(+)**	**(-)**	**(+)**

$$Dom\,(f)=\forall x\in\Re/(x<-2)\cup(x>-1)$$

$$Puntos\ de\ corte\ con\ OY \Rightarrow x=0 \Rightarrow f(0)=\ln\left(0^2+3\cdot 0+2\right)=\ln 2$$

$$Puntos\ de\ corte\ con\ OX \Rightarrow y=0 \Rightarrow 0=\ln\left(x^2+3x+2\right) \Rightarrow x^2+3x+2=1 \Rightarrow x^2+3x+1=0 \Rightarrow$$

$$\Delta=3^2-4\cdot 1\cdot 1=5 \Rightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2\cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$f'(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}\cdot(2x+3)=\frac{2x+3}{x^2+3x+2}=\frac{2x+3}{(x+2)(x+1)}\Rightarrow Crecimiento\Rightarrow f'(x)>0\Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x+3>0\Rightarrow 2x>-3\Rightarrow x>-\frac{3}{2} \\ x+2>0\Rightarrow x>-2 \\ x+1>0\Rightarrow x>-1 \end{cases}$$

$-\infty$ **-2** $-\frac{3}{2}$ **-1** ∞

x > -2	**(-)**	**(+)**	**(+)**	**(+)**
$x>-\frac{3}{2}$	**(-)**	**(-)**	**(+)**	**(+)**
x > -1	**(-)**	**(-)**	**(-)**	**(+)**
Solución	**(-)**	**(+)**	**(+)**	**(+)**

Decrecimiento $\forall x\in\Re / x<-2$ **Crecimiento** $\forall x\in\Re / x>-1$

Había posibilidades de extremos relativos en **x = -2** y en **x = -1**, pero al no existir definición de función en esos puntos, no existen extremos relativos.

Asíntotas verticales

Había posibilidades de asíntotas verticales en **x = -2** y en **x = -1**, pero al no existir definición de función en esos puntos, no existen asíntotas verticales.

Asíntotas horizontales

$$y=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\ln\left(x^2+3x+2\right)=\ln\lim_{x\to\infty}\left(x^2+3x+2\right)=\ln\infty=\infty$$

No existe asíntota horizontal cuando $x\to\infty$

$$y=\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\ln\left(x^2+3x+2\right)=\ln\lim_{x\to-\infty}\left(x^2+3x+2\right)=\ln\infty=\infty$$

No existe asíntota horizontal cuando $x\to-\infty$

Asíntotas oblicuas

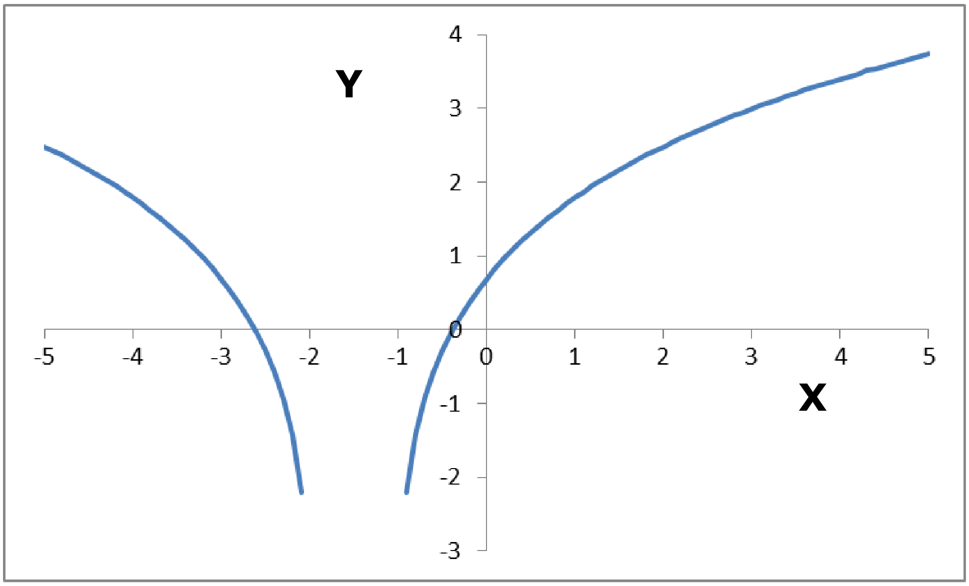
$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left(x^2+3x+2\right)}{x}=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{2x+3}{x^2+3x+2}}{1}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+3}{x^2+3x+2}=$$

$$=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital}=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{2x+3}=\frac{2}{\infty}=0\Rightarrow \textit{No existe asíntota oblicua cuando } x\to\infty$$

$$m=\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\ln\left(x^2+3x+2\right)}{x}=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{2x+3}{x^2+3x+2}}{1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x+3}{x^2+3x+2}=$$

$$=\frac{\infty}{\infty}=\xrightarrow{Aplicando\ L'Hopital}=\lim_{x\to-\infty}\frac{2}{2x+3}=\frac{2}{-\infty}=0\Rightarrow \textit{No existe asíntota oblicua cuando } x\to-\infty$$

Continuación Ejercicio 2 de la Opción de Examen nº 2
2)



3) Sea $\pi \equiv (0\,,0\,\,,1)+t\overrightarrow{(1\,,2\,\,,0)}+s\overrightarrow{(0\,,1\,\,,1)}$, sea **U** el punto **U = (2 , 0 , 1)**

1) [1,5 PUNTOS] Calcule el punto ***V*** de π más próximo a ***U***.

2) [1 PUNTO] Calcule la distancia de ***U*** a π .

3) [0,75 PUNTOS] Calcule las ecuaciones implícitas (generales) de una recta paralela al plano π que pase por el punto ***U***.

a) El punto V es la intersección de la recta **r** que contiene al punto **U**, y es perpendicular al plano π , que lo calcularemos gracias a los vectores **t** , **s** y el vector **AG**, siendo **G** el punto genérico del plano y **A** un punto del plano pedido (tomamos el que indica su ecuación), los tres vectores son coplanarios y por ello la matriz que forman (el producto mixto de los tres) es nula ya que el volumen del paralelepípedo que forman es cero. La recta **r** queda determinada por el vector director del plano y por el punto **A**

$$\overrightarrow{AG}=(x\,,y\,\,,z)=(0\,,0\,\,,1)=(x\,,y\,\,,z-1)\Rightarrow \pi\equiv\begin{vmatrix} x & y & z-1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}=0\Rightarrow 2\,x+(z-1)-y=0\Rightarrow$$

$$\pi\equiv 2x-y+z-1=0\Rightarrow \overrightarrow{v_r}=\overrightarrow{v_\pi}=(2\,,-1\,\,,1)\Rightarrow r\equiv\begin{cases} 2+2\lambda \\ y=-\lambda \\ z=1+\lambda \end{cases}\Rightarrow$$

$$Inter\sec ción\Rightarrow 2\cdot(2+2\lambda)-(-\lambda)+(1+\lambda)-1=0\Rightarrow 4+4\lambda+\lambda+1+\lambda-1=0\Rightarrow 6\lambda+4=0\Rightarrow$$

$$6\lambda=-4\Rightarrow \lambda=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3}\Rightarrow V\begin{cases} x=2+2\cdot\left(-\dfrac{2}{3}\right) \\ y=-\left(-\dfrac{2}{3}\right) \\ z=1+\left(-\dfrac{2}{3}\right) \end{cases}\Rightarrow V\left(\frac{2}{3}\,,\frac{2}{3}\,\,,\frac{1}{3}\right)$$

Continuación Ejercicio 3 de la Opción de Examen nº 2

$b)$

$$d(U\ ,\pi\ )=\frac{|2\cdot 2-0+1-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}}=\frac{|4|}{\sqrt{6}}=\frac{4\sqrt{6}}{6}=\frac{2\sqrt{6}}{3}\ u$$

c) Las rectas que pasan por **U** y son paralelas al plano son infinitas, hallaremos una, **u,** que tenga como vector director uno de los vectores generadores del plano, tomaremos el vector **t**

$$\overrightarrow{v_u}=\overrightarrow{v_t}=(1\ ,2\ ,0)\Rightarrow u\equiv x-2=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{0}$$

b) El área del triángulo **ABC** es la mitad del módulo del producto vectorial de **AB** y **AC**

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1\,,0\,,0) - (2\,,-1\,,2) = (-1\,,1\,,-2) \\ \overrightarrow{AC} = (2\,,4\,,-3) - (2\,,-1\,,2) = (0\,,5\,,-5) \end{cases} \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot \left| \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \right| \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 5 & -5 \end{vmatrix} = -5\vec{i} - 5\vec{k} + 10\vec{i} + 5\vec{j} = 5\vec{i} + 5\vec{j} - 5\vec{k} \Rightarrow \left| \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \right| = \sqrt{5^2 + 5^2 + (-5)^2} = \sqrt{75} \text{ c}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot \left| \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{75} = \frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2} u^2$$

) Hallaremos un plano π que conteniendo el punto **C** es perpendicular a la recta **r**, siendo el vector director del plano el de la recta que es perpendicular al vector **CG**, siendo **G** el punto genérico del plano, y por ello el producto escalar, de ambos, nulo y la ecuación pedida del plano.
Calcularemos el punto **Q** de intersección de la recta **r** y el plano π, el módulo del vector **CQ** es la distancia pedida.

$$2y + x = 2 \Rightarrow x = 2 - 2y \Rightarrow z = 2y \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 2 - 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 2\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{v_\pi} = \overrightarrow{v_r} = (-2\,,1\,,2) \\ \overrightarrow{CG} = (x\,,y\,,z) - (2\,,4\,,-3) = (x-2\,,y-4\,,z+3) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{v_\pi} \perp \overrightarrow{CG} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} \cdot \overrightarrow{CG} = 0 \Rightarrow (-2\,,1\,,2) \cdot (x-2\,,y-4\,,z+3) = 0 \Rightarrow -2 \cdot (x-2) + (y-4) + 2 \cdot (z+3) = 0 \Rightarrow$$
$$\pi \equiv 2x - y - 2z - 6 = 0$$

$$Intersección \Rightarrow 2 \cdot (2 - 2\lambda) - \lambda - 2 \cdot 2\lambda - 6 = 0 \Rightarrow -9\lambda - 2 = 0 \Rightarrow -9\lambda = 2 \Rightarrow \lambda = -\frac{2}{9} \Rightarrow Q \begin{cases} x = 2 - 2 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) \\ y = -\frac{2}{9} \\ z = 2 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) \end{cases}$$

$$\overrightarrow{CQ} = \left(\frac{22}{9}\,,-\frac{2}{9}\,,-\frac{4}{9}\right) - (2\,,4\,,-3) = \left(\frac{4}{9}\,,\frac{34}{9}\,,\frac{23}{9}\right) \Rightarrow d(C\,,r) = \sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^2 + \left(\frac{34}{9}\right)^2 + \left(\frac{23}{9}\right)^2} = \sqrt{\frac{1701}{81}} = \sqrt{21}\, u$$