	Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León	**MATEMÁTICAS II**	**EJERCICIO** **Nº Páginas: 2**

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- a) Dadas las funciones $f(x) = \ln(x)$ y $g(x) = 1 - 2x$, hallar el área del recinto plano limitado por las rectas $x = 1$, $x = 2$ y las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$. **(2 puntos)**
b) Dar un ejemplo de función continua en un punto y que no sea derivable en él. **(0,5 puntos)**

E2.- a) Si el término independiente de un polinomio $p(x)$ es -5 y el valor que toma $p(x)$ para $x = 3$ es 7, ¿se puede asegurar que $p(x)$ toma el valor 2 en algún punto del intervalo $[0,3]$? Razonar la respuesta y enunciar los resultados teóricos que se utilicen. **(1,5 puntos)**
b) Calcular $\int \frac{\cos(x)}{1+\operatorname{sen}^2(x)}dx$. **(1 punto)**

E3.- a) Sea B una matriz cuadrada de tamaño 3×3 que verifica que $B^2 = 16\, I$, siendo I la matriz unidad. Calcular el determinante de B. **(1,5 puntos)**
b) Hallar todas las matrices X que satisfacen la ecuación $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. **(1 punto)**

E4.- Se consideran la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + az = 0, \\ ay - z = 4, \end{cases}$ con $a \in R$, y el plano $\pi \equiv x + y + z - 2 = 0$.
a) Hallar los valores de a para los que r es paralela a π. **(1 punto)**
b) Para $a = 2$, hallar la distancia de r a π. **(1 punto)**
c) Para $a = 1$, hallar la distancia de r a π. **(0,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de 270 cm^3. Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta 5€/cm^2 y para la base un material un 50% más caro. Hallar las dimensiones de la caja para que el coste sea mínimo.

(2,5 puntos)

E2.- Hallar el valor de *a* para que se verifique que

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+a}{2x-1}\right)^{x+5} = \lim_{x\to 0}\frac{x^2-x^3}{\operatorname{sen}^2(x)}.$$ **(2,5 puntos)**

E3.- Consideramos el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - y + az = 1+a, \\ x - ay + z = 1, \\ x + y + 3z = a. \end{cases}$$

a) Discutir el sistema para los distintos valores del parámetro *a*. **(2 puntos)**

b) Resolver el sistema para $a=1$. **(0,5 puntos)**

E4.- Dados el punto $P(1,1,-1)$, la recta $r \equiv x = \frac{y+6}{4} = z-3$ y el plano $\pi \equiv 6x+6z-12=0$, se pide:

a) Hallar el punto simétrico de *P* respecto del plano π. **(1,5 puntos)**

b) Hallar los puntos *Q* de *r* que distan $\frac{1}{\sqrt{2}}$ unidades de longitud de π. **(1 punto)**