

	<p align="center">Pruebas de Acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León</p>	<p align="center">MATEMÁTICAS II</p>	<p align="center">EJERCICIO Nº Páginas: 2</p>
---	---	---	---

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

2.-CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- Sea $f(t) = \frac{1}{1+e^t}$.

a) Calcular $\int f(t)dt$. **(1,5 puntos)**

b) Sea $g(x) = \int_0^x f(t)dt$. Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x}$. **(1 punto)**

E2.- Dada la función $f(x) = \frac{ae^{2x}}{1+x}$, se pide:

a) Hallar a para que la pendiente de la recta tangente a la función en $x = 0$ valga 2. **(0,5 puntos)**

b) Para $a = 1$, estudiar el crecimiento, decrecimiento y extremos relativos. **(1 punto)**

c) Para $a = 1$, hallar sus asíntotas. **(1 punto)**

E3.- Se considera el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} ax + y + z = (a-1)(a+2) \\ x + ay + z = (a-1)^2(a+2) \\ x + y + az = (a-1)^3(a+2) \end{cases}$$

a) Discutir el sistema según los valores del parámetro a . **(1,5 puntos)**

b) Resolver el sistema para $a = 1$. **(0,5 puntos)**

c) Resolver el sistema para $a = -2$. **(0,5 puntos)**

E4.- Se consideran las rectas: $r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{2}$; $s \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

a) Justificar razonadamente que ambas rectas se cruzan. **(1 punto)**

b) Hallar la perpendicular común y que corta a las dos rectas. **(1,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- a) Calcular $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 3} dx$. **(1,5 puntos)**

b) Calcular los valores del parámetro a para que las tangentes a la gráfica de la función $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 3$ en los puntos de abscisas $x=1$ y $x=-1$ sean perpendiculares. **(1 punto)**

E2.- Se considera la función $f(x) = e^x + \ln(x)$, $x \in (0, \infty)$ donde \ln denota el logaritmo neperiano.

a) Estudiar la monotonía y las asíntotas de $f(x)$. **(1 punto)**

b) Demostrar que la ecuación $x^2 e^x - 1 = 0$ tiene una única solución c en el intervalo $[0,1]$.

(0,75 puntos)

c) Deducir que f presenta un punto de inflexión en c . Esbozar la gráfica de f . **(0,75 puntos)**

E3.- Sea M una matriz cuadrada que cumple la ecuación $M^2 - 2M = 3I$, donde I denota la matriz identidad.

a) Estudiar si existe la matriz inversa de M . En caso afirmativo expresar M^{-1} en términos de M e I . **(1,25 puntos)**

b) Hallar todas las matrices M de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ que cumplen la ecuación

$$M^2 - 2M = 3I. \quad \text{span style="float: right;">**(1,25 puntos)**$$

E4.- Un cuadrado tiene dos vértices consecutivos en los puntos $P(2,1,3)$ y $Q(1,3,1)$; los otros dos sobre una recta r que pasa por el punto $R(-4,7,-6)$.

a) Calcular la ecuación de la recta r . **(0,5 puntos)**

b) Calcular la ecuación del plano que contiene al cuadrado. **(1 punto)**

c) Hallar las coordenadas de uno de los otros vértices. **(1 punto)**