


|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
|  | <p align="center"><b>Pruebas de acceso a enseñanzas<br/>universitarias oficiales de grado</b><br/>Castilla y León</p> | <p align="center"><b>MATEMÁTICAS II</b></p> | <p align="center"><b>EJERCICIO</b><br/><br/>Nº Páginas: 2</p> |
|---|---|---|---|

**INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD:** El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

**2.- CALCULADORA:** Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN:** Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

### OPCIÓN A

**E1.** Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} m+2 & 0 & 0 \\ -3 & m+1 & 1 \\ 1 & 0 & m-1 \end{pmatrix}$ , se pide:

**a)** Hallar los valores de  $m$  para que la matriz  $A^{10}$  tenga inversa. **(1,25 puntos)**

**b)** Para  $m = 0$ , calcular, si es posible, la matriz inversa de  $A$ . **(1,25 puntos)**

**E2.- a)** Calcular la recta que corta perpendicularmente al eje  $OZ$  y que pasa por el punto  $P = (1, 2, 3)$ . **(1,25 puntos)**

**b)** Estudiar, en función del parámetro  $a$ , la posición relativa de la recta  $r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  y el plano  $\pi \equiv x + y + az = 1$ . **(1,25 puntos)**

**E3.-** Determinar los vértices del rectángulo de área máxima que tiene lados paralelos a los ejes de coordenadas y vértices en el borde del recinto delimitado por las gráficas de las funciones  $f(x) = x^2$  y  $g(x) = 2 - x^2$ . **(2,5 puntos)**

**E4.- a)** Sea  $g(x)$  una función continua y derivable en toda la recta real tal que  $g(0) = 0$  y  $g(2) = 2$ . Probar que existe algún punto  $c$  del intervalo  $(0, 2)$  tal que  $g'(c) = 1$ . **(1 punto)**

**b)** Hallar la función  $f(x)$  que cumple  $f'(x) = x \ln(x^2 + 1)$  y  $f(0) = 1$ . **(1,5 puntos)**

## OPCIÓN B

**E1.-** Dado el sistema de ecuaciones lineales  $\begin{cases} x + my = -1 \\ (1 - 2m)x - y = m \end{cases}$ , se pide:

- a) Discutir el sistema según los valores del parámetro  $m$ . **(1,25 puntos)**
- b) Resolver el sistema en los casos en que la solución no sea única. **(0,75 puntos)**
- c) Calcular los valores de  $m$  para que  $x = -3, y = 2$  sea solución. **(0,5 puntos)**

**E2.- a)** ¿Puede haber dos vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  de  $\mathbb{R}^3$  tales que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$ ,  $|\vec{u}| = 1$  y  $|\vec{v}| = 2$ ?

**(1 punto)**

b) Hallar el valor de  $a$  para que exista una recta que pase por el punto  $P = (1 + a, 1 - a, a)$ , corte a la recta  $r \equiv \begin{cases} x + y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$  y sea paralela a la recta  $s \equiv \begin{cases} x + z = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ . **(1,5 puntos)**

**E3.-** Dada la función  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ , determinar su dominio, asíntotas, intervalos de crecimiento y decrecimiento y extremos relativos. Esbozar su gráfica. **(2,5 puntos)**

**E4.- a)** Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$ . **(1 punto)**

b) Calcular el área del recinto delimitado por las gráficas de las funciones  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $g(x) = \frac{1}{x^2}$  y la recta  $x = e$ . **(1,5 puntos)**