


| | | | |
|---|---|---|---|
|  | <p align="center">Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León</p> | <p align="center">MATEMÁTICAS II</p> | <p align="center">EJERCICIO Nº Páginas: 2</p> |
|---|---|---|---|

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- a) Discutir para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la matriz $M = \begin{pmatrix} -5 & a \\ 10 & -a-1 \end{pmatrix}$ tiene inversa.

Calcular M^{-1} para $a = 0$. **(1,5 puntos)**

b) Si B es una matriz cuadrada de orden 3 y $|B| = -5$, calcular $|2B^t|$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B . **(1 punto)**

E2.- a) Calcular un vector de módulo 4 que tenga la misma dirección, pero distinto sentido, que el vector $\vec{v} = (2, 1, -2)$. **(1 punto)**

b) Calcular un punto de la recta $r \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ cuya distancia al punto $A = (-1, 2, 0)$ sea mínima. **(1,5 puntos)**

E3.- a) Calcular a , b y c para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenga pendiente nula en el punto $(1, 1)$ de su gráfica y, sin embargo, no tenga un extremo relativo en dicho punto. **(1,25 puntos)**

b) Probar que la ecuación $x^5 + x - 1 = 0$ tiene una única solución real positiva. **(1,25 puntos)**

E4.- a) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$. **(1 punto)**

b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x) = 1 - x^2$ y las rectas tangentes a dicha gráfica en los puntos de abscisa $x = 1$ y $x = -1$. **(1,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- a) Discutir, según el valor del parámetro m , el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y + mz = 2 \\ x + my + z = 2m \\ x + y - mz = 0 \end{cases} \quad \text{(1,5 puntos)}$$

b) Resolverlo para $m = 1$. (1 punto)

E2.- Consideremos las rectas $r \equiv \frac{x}{2} = y = \frac{z-1}{2}$ y $s \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = z$.

a) Comprobar que las rectas r y s se cruzan. (1 punto)

b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y corta a las rectas r y s . (1,5 puntos)

E3.- Tenemos un cartón cuadrado de 6 cm de lado y queremos construir con él una caja sin tapa. Para ello recortamos un cuadrado de x cm de lado en cada vértice del cartón. Calcular x para que el volumen de la caja sea máximo. (2,5 puntos)

E4.- a) Calcular $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x^2)^{1/x}$. (1 punto)

b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x) = \ln x$, el eje OX y la recta $x = 3$. (1,5 puntos)