| | | | |
|---|---|---|---|
| | **Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado**<br>Castilla y León | **MATEMÁTICAS II** | **EJERCICIO**<br><br>**Nº Páginas: 2** |

**INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger libremente cinco ejercicios completos de los diez propuestos. Se expresará claramente cuáles son los elegidos. Si se resolvieran más, sólo se corregirán los 5 primeros que estén resueltos (según el orden de numeración de pliegos y hojas de cada pliego) y que no aparezcan totalmente tachados.**
**2.- CALCULADORA:** Podrán usarse calculadoras no programables, que no admitan memoria para texto, ni para resolución de ecuaciones, ni para resolución de integrales, ni para representaciones gráficas.
**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: L**os 5 ejercicios se puntuarán sobre un máximo de 2 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver; justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas; claridad y coherencia en la exposición; precisión en los cálculos y en las notaciones. **Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales**, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

## E1.- (Álgebra)

**a)** Discuta según los valores del parámetro $m$ el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+y+mz &= 4 \\ 2x-y+2z &= 3 \\ x-2y+z &= 0 \end{cases}$$

**(1,2 puntos)**

**b)** Resuélvalo para $m=2$. **(0,8 puntos)**

## E2.- (Álgebra)

**a)** Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 2\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{pmatrix}$, hállese la matriz $X$ tal que $AX+B=C$. **(1,2 puntos)**

**b)** Dadas las matrices $M=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $N=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$, explíquese cuales de los productos $MN$, $MP$, $NP$ pueden calcularse, y calcúlense cuando se pueda. **(0,8 puntos)**

## E3.- (Geometría)

**a**) Calcule el plano que pasa por el punto $(1,0,1)$ y es paralelo a los vectores $\vec{u}=(1,1,1)$ $y$ $\vec{v}=(1,2,3)$. **(1,5 puntos)**

**b)** Calcule el plano paralelo a $3x+2y+2z+1=0$ que pasa por el punto $(1,2,3)$ **(0,5 puntos)**

## E4.- (Geometría)

a) Encuéntrense las ecuaciones de la recta que está contenida en el plano $\alpha \equiv x-y=0$, es paralela al plano $\beta \equiv 2x-3y+z=4$ y pasa por el punto P = (1, 1, 3). **(1 punto)**

b) Hállese la ecuación del plano que es paralelo a $r \equiv x-1=y+2=\frac{z-1}{2}$ y pasa por los puntos A = (0, 3, 1) y B = (-2, 1, -1). **(1 punto)**

**E5.- (Análisis)**

Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{2-x}$, se pide:

**a)** Encuentre su dominio y calcule sus asíntotas, si las tiene. **(1 punto)**

**b)** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos, si los tiene. **(1 punto)**

**E6.- (Análisis)**

**a)** Calcule $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x)}{e^x-1}$. **(1 punto)**

**b)** Estudiando previamente el signo de la función en el intervalo $[0,3]$, hállese el área limitada por la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 9x$ y el eje de abscisas, cuando $x$ varía en el intervalo $[0,3]$. **(1 punto)**

**E7.- (Análisis)**

**a)** Enuncie el Teorema de Bolzano. **(1 punto)**

**b)** Averigüe si la función $f(x) = x + \operatorname{sen} x - 2$ se anula en algún punto del intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$. **(1 punto)**

**E8.- (Análisis)**

**a)** Estudie el signo de la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ en el intervalo $[0,2]$. **(0,5 puntos)**

**b)** Calcule el área limitada por la gráfica de la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$ y el eje de abscisas en el intervalo $[0,2]$. **(1,5 puntos)**

**E9.- (Probabilidad y Estadística)**

Entre los participantes de un torneo internacional de ajedrez:

- El 28% de ellos son rusos, de los cuales las tres cuartas partes son grandes maestros.
- El 24% son estadounidenses y entre ellos la mitad son grandes maestros.
- El 48% son del resto del mundo, de los cuales un tercio son grandes maestros.

Considerando los sucesos: $R$= "ser ruso", $E$= "ser estadounidense", $M$= "no ser ruso ni estadounidense" y $GM$ = "ser gran maestro"

**a)** Indique cuáles son los valores de $P(GM/R)$, $P(GM/E)$ y $P(GM/M)$. **(0,3 puntos)**

**b)** Calcule la probabilidad de que al elegir al azar a uno de los participantes en el torneo, sea un gran maestro. **(0,7 puntos)**

**c)** Si se elige al azar a uno de los grandes maestros del torneo, ¿cuál es la probabilidad de que sea ruso? **(1 punto)**

**E10.- (Probabilidad y Estadística)**

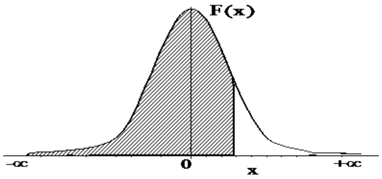
La variable agudeza visual de una población se ajusta a una distribución normal de media 2 cpg (ciclos por segundo) y desviación típica 1 cpg. A los individuos con una agudeza visual inferior a 1.1 cpg se les considera con “problemas visuales graves”.

**a)** ¿Qué porcentaje de la población tiene “problemas visuales graves”? **(1 punto)**

**b)** ¿Qué porcentaje de la población tiene una agudeza visual entre 2 y 2.9 cpg? **(1 punto)**

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}t^2} dt$$




| | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **0,0** | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| **0,1** | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| **0,2** | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| **0,3** | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| **0,4** | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| **0,5** | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| **0,6** | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| **0,7** | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| **0,8** | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| **0,9** | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| **1,0** | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| **1,1** | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| **1,2** | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9014 |
| **1,3** | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| **1,4** | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9318 |
| **1,5** | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| **1,6** | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| **1,7** | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| **1,8** | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| **1,9** | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| **2,0** | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| **2,1** | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| **2,2** | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| **2,3** | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| **2,4** | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| **2,5** | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| **2,6** | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| **2,7** | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| **2,8** | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| **2,9** | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| **3,0** | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |
| **3,1** | 0,9990 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 |
| **3,2** | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 |
| **3,3** | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 |
| **3,4** | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 |
| **3,5** | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 |
| **3,6** | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |