OPCIÓ B

Problema B.1. Es donen les matrius $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ i T, i se sap que T és una matriu quadrada de 3 files i 3 columnes i el determinant de la qual val $\sqrt{2}$.

Calculeu **raonadament** els determinants de les següents matrius, i indiqueu explícitament les propietats utilitzades en el seu càlcul:

a) $\frac{1}{2}T$. (*3 punts*).

b) M^4. (*3 punts*).

c) TM^3T^{-1}. (4 *punts*).

Problema B.2. Es dóna la recta $r: \begin{cases} x - 4y = 0 \\ y - z = 0 \end{cases}$ i el pla $\pi_\alpha : (2+2\alpha)x + y + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$ dependent del paràmetre real α. Obtingueu **raonadament**:

a) L'equació del pla π_α que passa pel punt $(1, 1, 0)$. (*3 punts*).

b) L'equació del pla π_α que és paral·lel a la recta *r*. (*4 punts*).

c) L'equació del pla π_α que és perpendicular a la recta r . (*3 punts*).

Problema B.3. Un cotxe recorre l'arc de paràbola Γ d'equació $2y=36-x^2$, variant la x de a –6 a 6. Es representa per $f(x)$ a la distància del punt $(0, 9)$ al punt (x, y) de l'arc Γ on està situat el cotxe. Es demana obtindre **raonadament**:

a) L'expressió de $f(x)$. (*2 punts*)

b) Els punts de l'arc Γ on la distància $f(x)$ té mínims relatius. (*2 punts*).

c) Els valors màxim i mínim de la distància $f(x)$. (*2 punt*)

d) L'àrea de la superfície limitada per l'arc de paràbola Γ i el segment rectilini que uneix els punts $(-6, 0)$ i $(6, 0)$. (*4 punts*)

GENERALITAT VALENCIANA
CONSELLERIA D'EDUCACIÓ, FORMACIÓ I OCUPACIÓ

COMISSIÓ GESTORA DE LES PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
COMISIÓN GESTORA DE LAS PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ
SISTEMA UNIVERSITARIO VALENCIANO

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011	CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Problema A.1. Se dan las matrices $A=\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y M, donde M es una matriz de dos filas y dos columnas que verifica $M^2 = M$. Obtener **razonadamente**:

a) Todos los valores reales k para los que la matriz $B = A - kI$ tiene inversa. (*2 puntos*).

b) La matriz inversa B^{-1} cuando $k = 3$. (*2 puntos*).

c) Las constantes reales α y β para las que se verifica que $\alpha A^2 + \beta A = -2I$. (*4 puntos*).

d) Comprobar **razonadamente** que la matriz $P = I - M$ cumple las relaciones:

$$P^2 = P \qquad \text{y} \qquad MP = PM \ .$$

(*2 puntos, repartidos en 1 punto por cada igualdad*).

Problema A.2. En el espacio se dan las rectas $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$ y $s: \begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ 3y - z + 2 + \alpha = 0 \end{cases}$.

Obtener **razonadamente**:

a) El valor de α para el que las rectas r y s están contenidas en un plano. (*4 puntos*).

b) La ecuación del plano que contiene a las rectas r y s para el valor de α obtenido en el apartado anterior. (*2 puntos*).

c) La ecuación del plano perpendicular a la recta r que contiene el punto $(1, 2, 1)$. (*4 puntos*).

Problema A.3 Dada la función f definida por:

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

Obtener **razonadamente**:

a) El dominio y el recorrido de la función f. (*2 puntos*).

b) Los valores de x donde la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ alcanza el máximo relativo y el mínimo relativo. (*2 puntos*).

c) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de dicha función f. (*2 puntos*).

d) Los valores de x donde la función $f(x) = x^2 e^{-x}$ tiene los puntos de inflexión. (*2 puntos*).

e) La gráfica de la curva $y = x^2 e^{-x}$, explicando con detalle la obtención de su asíntota horizontal. (*2 puntos*).

OPCIÓN B

Problema B.1. Se dan las matrices $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y T, y se sabe que T es una matriz cuadrada de 3 filas y 3 columnas cuyo determinante vale $\sqrt{2}$.

Calcular **razonadamente** los determinantes de las siguientes matrices, indicando explícitamente las propiedades utilizadas en su cálculo:

a) $\frac{1}{2}T$. (*3 puntos*).

b) M^4. (*3 puntos*).

c) TM^3T^{-1}. (*4 puntos*).

Problema B.2. Se da la recta $r: \begin{cases} x-4y=0 \\ y-z=0 \end{cases}$ y el plano $\pi_\alpha : (2+2\alpha)x + y + \alpha z - 2 - 6\alpha = 0$, dependiente del parámetro real α. Obtener **razonadamente**:

a) La ecuación del plano π_α que pasa por el punto $(1,1,0)$. (*3 puntos*).

b) La ecuación del plano π_α que es paralelo a la recta r. (*4 puntos*).

c) La ecuación del plano π_α que es perpendicular a la recta r. (*3 puntos*).

Problema B.3. Un coche recorre el arco de parábola Γ de ecuación $2y = 36 - x^2$, variando la x de -6 a 6. Se representa por $f(x)$ a la distancia del punto $(0, 9)$ al punto (x, y) del arco Γ donde está situado el coche. Se pide obtener **razonadamente**:

a) La expresión de $f(x)$. (*2 puntos*)

b) Los puntos del arco Γ donde la distancia $f(x)$ tiene mínimos relativos. (*2 puntos*).

c) Los valores máximo y mínimo de la distancia $f(x)$. (*2 punto*)

d) El área de la superficie limitada por el arco de parábola Γ y el segmento rectilíneo que une los puntos $(-6, 0)$ y $(6, 0)$. (*4 puntos*)

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: SETEMBRE 2011	CONVOCATORIA: SEPTIEMBRE 2011
MATEMÀTIQUES II	MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN: Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Cada estudiant pot disposar d'una calculadora científica o gràfica. Se'n prohibeix la utilització indeguda (guardar fórmules o text en memòria).
S'use o no la calculadora, els resultats analítics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.
BAREMO DEL EXAMEN: **Se elegirá solo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.**
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica. Se prohíbe su utilización indebida (guardar fórmulas o texto en memoria).
Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Es donen les matrius $A=\begin{pmatrix}0 & -2\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $I=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ y M, on M és una matriu de dues files i dues columnes que verifica $M^2=M$. Obtingueu **raonadament**:

a) Tots els valors reals k per als que la matriu $B=A-kI$ té inversa. (*2 punts*).

b) La matriu inversa B^{-1} quan $k=3$. (*2 punts*).

c) Les constants reals α i β per a les quals es verifica que $\alpha A^2+\beta A=-2I$. (*4 punts*).

d) Comproveu **raonadament** que la matriu $P=I-M$ compleix les relacions:

$$P^2=P \qquad \text{i} \qquad MP=PM .$$

(*2 punts, repartits en 1 punt cada igualtat*).

Problema A.2. En l'espai es donen les rectes $r:\begin{cases}x=3+\lambda\\ y=-1+2\lambda\\ z=2+\lambda\end{cases}$ i $s:\begin{cases}x+2y-1=0\\ 3y-z+2+\alpha=0\end{cases}$.

Obtingueu **raonadament**:

a) El valor de α per al qual les rectes r i s estan contingudes en un pla. (*4 punts*).

b) L'equació del pla que conté les rectes r i s per al valor d'obtingut en l'apartat anterior. (*2 punts*).

c) L'equació del pla perpendicular a la recta r que conté el punt $(1, 2, 1)$. (*4 punts*).

Problema A.3 Donada la funció f definida per:

$$f(x)=x^2e^{-x}$$

Obtingueu **raonadament**:

a) El domini i el recorregut de la funció $f\cdot$ (*2 punts*).

b) Els valors de x on la funció $f(x)=x^2e^{-x}$ arriba al màxim relatiu i al mínim relatiu. (*2 punts*).

c) Els intervals de creixement i de decreixement de la dita funció $f\cdot$ (*2 punts*).

d) Els valors de x on la funció $f(x)=x^2e^{-x}$ té els punts d'inflexió. (*2 punts*).

e) El gràfic de la corba $y=x^2e^{-x}$, i expliqueu amb detall l'obtenció de la seua asímptota horitzontal. (*2 punts*).