PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE VALENCIA

JULIO – 2020

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno elegirá solo tres problemas entre los seis propuestos. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

1º) Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x+y+az=1 \\ x+ay+z=1 \\ ax+y+z=-2 \end{cases}$, siendo a un parámetro real, obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El estudio del sistema en función del parámetro a.

b) Las soluciones del sistema cuando $a=-2$.

c) Las soluciones del sistema cuando $a=0$.

----

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } M'=\begin{pmatrix} 1 & 1 & a & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{vmatrix}=a+a+a-a^3-1-1= a^3-3a+2=0.$$

Resolviendo por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 0 & -3 & 2 \\ 1 & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & \boxed{0} \\ 1 & & 1 & 2 & \\ \hline & 1 & 2 & \boxed{0} & \\ -2 & & -2 & & \\ \hline & 1 & \boxed{0} & & \end{array}$$

Raíces diferentes: $a_1=-2, a_2=1$.

Según el teorema de Rouché-Fröbenius:

$$\underline{Para \begin{Bmatrix} a \neq -2 \\ a \neq 1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 3 = nº\ incóg. \Rightarrow S.C.D.}$$

$$a = -2 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \{F_1 + F_2 = -F_3\} \Rightarrow Rang\ M' = 2.$$

$$\underline{Para\ a = -2 \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 2 < nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

$$Para = 1 \Rightarrow M' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} Rang\ M = 1 \\ Rang\ M' = 2 \end{cases}.$$

$$\underline{Para\ a = 1 \Rightarrow Rang\ M = 1;\ Rang\ M' = 2 \Rightarrow Sistema\ incompatible.}$$

$b)$

Para $a = -2$ es sistema resulta $\begin{cases} x + y - 2z = 1 \\ x - 2y + z = 1 \\ -2x + y + z = -2 \end{cases}$, que es compatible indeterminado. Haciendo $z = \lambda$ y despreciando, por ejemplo, la tercera ecuación:

$$\left.\begin{array}{r} x + y = 1 + 2\lambda \\ x - 2y = 1 - \lambda \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} x + y = 1 + 2\lambda \\ -x + 2y = -1 + \lambda \end{array}\right\} \Rightarrow 3y = 3\lambda;\ \ y = \lambda;\ \ x = 1 + \lambda.$$

$$\underline{Solución: x = 1 + \lambda, y = \lambda, z = \lambda, \forall \lambda \in R.}$$

Para $a = 0$ es sistema resulta $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + z = 1 \\ y + z = -2 \end{cases}$, que es compatible determinado. Resolviendo por la regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{-2-1-1}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2. \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{1+2-1}{-2} = \frac{2}{-2} = -1.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{-2} = \frac{1-1+2}{-2} = \frac{2}{-2} = -1.$$

$$\underline{Solución: x = 2, y = -1, z = -1.}$$

****

2º) Sea la recta $r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$ y los puntos $P(1,0,0)\ y\ Q(2,1,a)$. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

$a)$ El valor de a para que la recta s pase por P y Q sea paralela a r.

$b)$ La ecuación del plano que contiene a P y Q y es paralelo a r, cuando $a = 1$.

$c)$ La distancia del punto Q al plano que pasa por P y es perpendicular a r, para $a = 1$.

$a)$

Un vector director de r es $\overrightarrow{v_r} = (1,1,-1)$.

Los puntos P y Q determinan el vector:

$$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = [Q - P] = [(2,1,a) - (1,0,0)] = (1,1,a).$$

Para que la recta s sea paralela a la recta r es necesario que los vectores $\overrightarrow{v_r}$ y $\overrightarrow{PQ}$ sean linealmente dependientes, por lo cual, sus componentes tienen que ser proporcionales:

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{-1}{a} \Rightarrow \underline{a = -1}.$$

$b)$

Cuando $a = 1 \Rightarrow \overrightarrow{PQ} = (1,1,1)$.

El plano pedido π tiene la siguiente expresión general:

$$\pi(P;\ \overrightarrow{v_r}, \overrightarrow{PQ}) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0;\ \ (x-1) - y + z - z + (x-1) - y = 0;$$

$$2(x-1) - 2y = 0;\ \ x - 1 - y = 0\ \Rightarrow\ \underline{\pi \equiv x - y - 1 = 0}.$$

$c)$

Para $a = 1 \Rightarrow Q(2,1,1)$.

El haz de planos β perpendiculares a r es $\beta \equiv x + y - z + D = 0$.

De los infinitos planos del haz β, el plano γ que contiene al punto $P(1,0,0)$ es el que satisface su ecuación:

$$\left.\begin{array}{r} \beta \equiv x + y - z + D = 0 \\ P(1,0,0) \end{array}\right\} \Rightarrow 1 + 0 - 0 + D = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \gamma \equiv x + y - z - 1 = 0.$$

La distancia del punto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ al plano $Ax + By + Cz + D = 0$ viene dada por la fórmula $d(P_0, \pi) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$. Aplicando la fórmula al punto $Q(2, 1, 1)$ y al plano $\gamma \equiv x + y - z - 1 = 0$:

$$d(Q, \gamma) = \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-1)^2}} = \frac{|2 + 1 - 1 - 1|}{\sqrt{1 + 1 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\underline{d(Q, \gamma) = \frac{\sqrt{3}}{3}\ unidades.}$$

****

3º) Dada la función real f definida por $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El dominio y las asíntotas de la función f.

b) La integral $\int f(x)\cdot dx$, así como la primitiva de $f(x)$ cuya gráfica pasa por el punto $P(2,0)$.

c) El área de la región limitada por la curva $y=f(x)$ y las rectas de ecuaciones $y=0, x=2\ y\ x=4$.

----

a)

El dominio de una función racional es el conjunto de los números reales, excepto los valores reales que anulan el denominador.

$$x^2(x-1)=0 \Rightarrow x_1=0, x_2=1 \Rightarrow \underline{D(f) \Rightarrow R-\{0,1\}}.$$

Asíntotas horizontales: son de la forma $y=k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$y=k=\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+1}{x^2(x-1)}=0.$$

$$\underline{La\ recta\ y=0\ (eje\ X)\ es\ asíntota\ horizontal.}$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacer que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$\underline{Las\ rectas\ x=-1, x=0\ (eje\ Y)\ y\ x=1\ son\ asíntotas\ verticales.}$$

$$\underline{No\ tiene\ asíntotas\ oblicuas\ por\ ser\ incompatibles\ con\ las\ horizontales.}$$

b)

$$F(x)=\int f(x)\cdot dx=\int\frac{x^2+1}{x^2(x-1)}\cdot dx.$$

$$x^2(x-1)=0 \Rightarrow x_1=x_2=0;\ \ x_3=1.$$

$$\frac{x^2+1}{x^2(x-1)}=\frac{A}{x^2}+\frac{B}{x}+\frac{C}{x-1}=\frac{A(x-1)+Bx(x-1)+Cx^2}{x^2(x-1)}=\frac{Ax-A+Bx^2-Bx+Cx^2}{x^2(x-1)}=$$

$$=\frac{(B+C)x^2+(A-B)x-A}{x(x^2+x-2)} \Rightarrow \left.\begin{array}{r}B+C=1\\ A-B=0\\ -A=1\end{array}\right\} \Rightarrow A=B=-1;\ \ C=2.$$

$$F(x)=\int \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}\cdot dx=\int\left(\frac{-1}{x^2}+\frac{-1}{x}+\frac{2}{x-1}\right)\cdot dx=$$

$$=-\int x^{-2}\cdot dx-\int \frac{1}{x}\cdot dx+2\int \frac{1}{x-1}\cdot dx=-\frac{x^{-1}}{-1}-L|x|+2L|x-1|+C.$$

$$\underline{F(x)=\frac{1}{x}+L\frac{(x-1)^2}{|x|}+C.}$$

$$F(2)=0\Rightarrow \frac{1}{2}+L\frac{(0-1)^2}{|2|}+C=0;\;\; \frac{1}{2}+L\frac{1}{2}+C=0;\;\; \frac{1}{2}+L1-L2+C=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow C=L2-\frac{1}{2}.$$

$$\underline{F(x)=\frac{1}{x}+L\frac{(x-1)^2}{|x|}+L2-\frac{1}{2}.}$$

$c)$

En el intervalo de la superficie a calcular, $(2,4)$, todas las ordenadas de la función $f(x)$ son positivas, por lo cual, la superficie a calcular es la siguiente:

$$S=\int_2^4 f(x)\cdot dx=\left[\frac{1}{x}+L\frac{(x-1)^2}{|x|}\right]_2^4=\left[\frac{1}{4}+L\frac{(4-1)^2}{|4|}\right]-\left[\frac{1}{2}+L\frac{(2-1)^2}{|2|}\right]=$$

$$=\frac{1}{4}+L\frac{9}{4}-\frac{1}{2}-L\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+L9-L4-\frac{1}{2}-L1+L2=\frac{1}{4}+L9-2L2-\frac{1}{2}-0+L2=$$

$$=L9-L2-\frac{1}{4}.$$

$$\underline{S=\left(L9-L2-\frac{1}{4}\right)\,u^2=(L4{,}5-0{,}25)\,u^2\cong 1{,}254\,u^2.}$$

****

4º) Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$, que dependen del parámetro real b. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Los valores de b para que cada una de las matrices AB y BA tenga inversa.

b) Los valores de b para que la matriz A^tA tenga inversa, siendo A^t la matriz traspuesta de A.

c) La inversa de A^tA, cuando dicha inversa exista.

----

a)

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2b & 0 \\ -b & 0 & 2b \\ -1 & 2b & -4 \end{pmatrix}.$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ b^2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Una matriz es invertible cuando su determinante es distinto de cero.

$$|A \cdot B| = \begin{vmatrix} -3 & 2b & 0 \\ -b & 0 & 2b \\ -1 & 2b & -4 \end{vmatrix} = 0;\ -4b^2 + 12b^2 - 8b^2 = 0, \forall b \in R.$$

$$\underline{A \cdot B\ no\ es\ invertible\ \forall b \in R}.$$

$$|B \cdot A| = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ b^2 & -4 \end{vmatrix} = 0;\ 12 - 2b^2 = 0;\ \ b^2 = 6 \Rightarrow b = \pm\sqrt{6}.$$

$$\underline{B \cdot A\ es\ invertible\ para\ b = \pm\sqrt{6}}.$$

b)

$$A^t \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & b & -1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+b^2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

$$|A^t \cdot A| = \begin{vmatrix} 2+b^2 & 0 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = 0;\ \ 8 \cdot (2+b^2) = 0;\ \ 2 + b^2 = 0 \Rightarrow b \notin R.$$

$$\underline{A^t \cdot A\ es\ invertible\ \forall b \in R}.$$

$c)$

$$|A^t \cdot A| = \begin{vmatrix} 2+b^2 & 0 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} = 8 \cdot (2+b^2). \qquad (A^t \cdot A)^t = A^t \cdot A = \begin{pmatrix} 2+b^2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

$$Adj.\, de\ (A^t \cdot A)^t = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 2+b^2 \end{pmatrix}. \qquad (A^t \cdot A)^{-1} = \frac{Adj.de\ \left(A^t \cdot A\right)^t}{|A^t \cdot A|}.$$

$$\underline{(A^t \cdot A)^{-1} = \frac{1}{8 \cdot (2+b^2)} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 2+b^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2+b^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} \end{pmatrix}.}$$

****

5º) Se dan el plano $\pi \equiv 2x + y - z - 5 = 0$ y los puntos $A(1, 2, -1)$ y $B(2, 1, 0)$. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La ecuación implícita del plano que pasa por los puntos A, B y es perpendicular al plano π.

b) Las ecuaciones paramétricas de la recta r que es perpendicular a π y pasa por A. Encuentra dos planos cuya intersección sea la recta r.

c) La distancia entre el punto B y la recta r.

----

a)

Un vector normal de π es $\vec{n} = (2, 1, -1)$.

Los puntos A y B determinan el vector:

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = [B - A] = [(2, 1, 0) - (1, 2, -1)] = (1, -1, 1).$$

El plano pedido γ tiene la siguiente expresión general:

$$\gamma\left(B;\ \vec{n}, \overrightarrow{AB}\right) \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y-1 & z \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0;$$

$(x-2) - (y-1) - 2z - z - (x-2) - 2(y-1) = 0;\ \ -3(y-1) - 3z = 0;$

$y - 1 + z = 0.$

$$\underline{\gamma \equiv y + z - 1 = 0}.$$

b)

El director de r es el vector normal del plano: $\overrightarrow{v_r} = (2, 1, -1)$.

$$\underline{r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = -1 - \lambda \end{cases}}.$$

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1};\ \ \left.\begin{array}{r} x - 1 = 2y - 4 \\ -x + 1 = 2z + 2 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{r \equiv \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x + 2z + 1 = 0 \end{cases}}.$$

c)

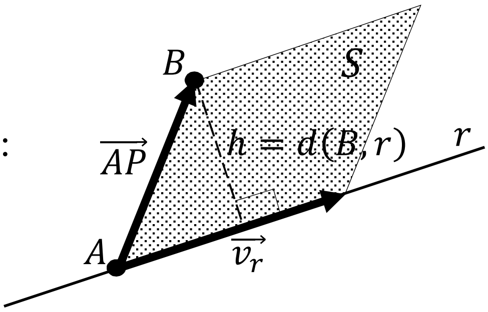
La distancia de un punto a una recta puede determinarse teniendo en cuenta que el área del paralelogramo que forman dos vectores es el módulo de su producto vectorial y, de forma geométrica, es el producto de la base por la altura.

Para una mejor comprensión del proceso se hace un esquema de la situación.

Un punto y un vector director de r son $A(1,2,-1)$ y $\overrightarrow{v_r}=(2,1,-1)$.

$$\left.\begin{array}{r} S=\left|\overrightarrow{v_r}\wedge\overrightarrow{AP}\right| \\ S=\left|\overrightarrow{v_r}\right|\cdot h \end{array}\right\} \Rightarrow \left|\overrightarrow{v_r}\wedge\overrightarrow{AP}\right|=\left|\overrightarrow{v_r}\right|\cdot h \Rightarrow \underline{h=d(P,r)=\frac{\left|\overrightarrow{v_r}\wedge\overrightarrow{AP}\right|}{\left|\overrightarrow{v_r}\right|}}.$$

$\overrightarrow{AB}=(1,-1,1)$.



Aplicando la fórmula al punto B y a la recta r:

$$d(B,r)=\frac{\left|\overrightarrow{v_r}\wedge\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\overrightarrow{v_r}\right|}=\frac{\left\|\begin{matrix} i & j & k \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1\end{matrix}\right\|}{\sqrt{2^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{|i-j-2k-k-i-2j|}{\sqrt{4+1+1}}=$$

$$=\frac{|-3i-3k|}{\sqrt{6}}=\frac{3\cdot\sqrt{1^2+1^2}}{\sqrt{6}}=\frac{3\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}.$$

$$\underline{d(B,r)=\sqrt{3}\,u}.$$

****

6º) En un triángulo isósceles, los lados iguales miden 10 cm cada uno. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

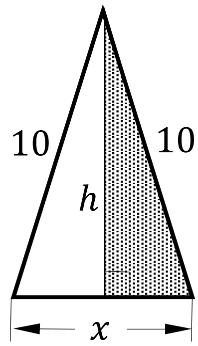
a) La expresión del área $A(x)$ del triángulo, en función de la longitud x del tercer lado.

b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $A(x), 0 \leq x \leq 20$.

c) La longitud x del tercer lado para que el área del triángulo sea máxima y el valor de esta área.

----

a)



Del triángulo rectángulo sombreado de la figura:

$$10^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2; \; 100 = h^2 + \frac{x^2}{4}; \; h^2 = 100 - \frac{x^2}{4};$$

$$h^2 = \frac{400-x^2}{4} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{400-x^2}{4}} = \frac{\sqrt{400-x^2}}{2}.$$

$$A = \frac{x \cdot h}{2} \Rightarrow A(x) = \frac{x \cdot \frac{\sqrt{400-x^2}}{2}}{2} = \frac{1}{4} \cdot x\sqrt{400-x^2} \Rightarrow \underline{A(x) = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{400x^2 - x^4}}.$$

b)

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$A'(x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{800x - 4x^3}{2x \cdot \sqrt{400-x^2}} = \frac{200-x^2}{2\sqrt{400-x^2}} = 0 \Rightarrow 200 - x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -10\sqrt{2} \\ x_2 = 10\sqrt{2} \end{cases}.$$

La raíz negativa no pertenece al dominio de la función.

La función $A(x)$ es continua en su dominio, $0 \leq x \leq 20$, por lo cual, la raíz positiva de la derivada divide el dominio de la función en los intervalos $\left(0, 10\sqrt{2}\right)$ y $\left(10\sqrt{2}, 20\right)$, en los cuales la función es creciente o decreciente de forma alternativa.

Considerando, por ejemplo, el valor sencillo $x = 1 \in \left(0, 10\sqrt{2}\right)$:

$$A'(1) = \frac{200-1^2}{2\sqrt{400-1^2}} = \frac{199}{2\sqrt{399}} > 0 \Rightarrow \text{Creciente.}$$

Los periodos de crecimiento y decrecimiento son los siguientes:

$$\underline{Crecimiento: A'(x) > 0 \Rightarrow x \in \left(0, 10\sqrt{2}\right)}.$$

$$\underline{Decrecimiento: A'(x) < 0 \Rightarrow x \in \left(10\sqrt{2}, 20\right)}.$$

$c)$

El área será máxima cuando se anule su primera derivada y sea negativa su segunda derivada para los valores que anulan la primera.

$$A'(x) = 0 \Rightarrow x_1 = -10\sqrt{2},\ x_2 = 10\sqrt{2}.$$

La raíz negativa carece de sentido lógico (para mínimo). Aunque se deduce de los periodos de crecimiento y decrecimiento que la función tiene un máximo para el valor $x = 10\sqrt{2}$, se comprueba a continuación que, en efecto, se trata de un máximo.

$$A''(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2x\cdot\left(2\cdot\sqrt{400-x^2}\right)-(200-x^2)\cdot 2\cdot\frac{-2x}{2\cdot\sqrt{400-x^2}}}{4\cdot(400-x^2)} = \frac{-2x\cdot\sqrt{400-x^2}+\frac{x\cdot(200-x^2)}{\sqrt{400-x^2}}}{4\cdot(400-x^2)} =$$

$$= \frac{-2x\cdot(400-x^2)+x\cdot(200-x^2)}{4(400-x^2)\sqrt{400-x^2}} = \frac{-800x+2x^3+200x-x^3}{4(400-x^2)\sqrt{400-x^2}} = \frac{x^3-600x}{4(400-x^2)\sqrt{400-x^2}} =$$

$$= \frac{x(x^2-600)}{4(400-x^2)\sqrt{400-x^2}}.$$

$$A''\left(10\sqrt{2}\right) = \frac{10\sqrt{2}\cdot(200-600)}{4(400-200)\sqrt{400-200}} = \frac{-4.000\sqrt{2}}{800\sqrt{200}} = \frac{-5\sqrt{2}}{10\cdot\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} < 0 \Rightarrow \underline{Máx.\ \ c.q.c.}$$

$$\underline{El\ área\ del\ triángulo\ es\ máxima\ para\ x = 5\sqrt{2}\ cm.}$$

Área máxima: $A(x) = \frac{1}{4} \cdot 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{400-200} = \frac{1}{4} \cdot 10 \cdot \sqrt{400} = 50.$

$$\underline{Área\ máxima = 50\ cm^2}.$$

****