

**Instrucciones:** El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

### OPCIÓN A

**1.- (a)** (1'25 puntos) Encuentre, razonadamente, un valor del parámetro  $a$  para el que sea compatible determinado el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{r} ax + 2y + z = a + 1 \\ (a + 1)x - y - az = -1 \\ -x + y + z = 2a \end{array} \right\}.$$

**(b)** (1'25 puntos) Resuelva el sistema para el valor de  $a$  encontrado.

**2.-** Sean en  $\mathbb{R}^3$  los vectores  $\vec{e} = (2, 0, 0)$ ,  $\vec{u} = (1, 0, -1)$  y  $\vec{v} = (-2, 3, -2)$ .

**(a)** (1 punto) Calcule el producto vectorial  $\vec{e} \times \vec{u}$ .

**(b)** (0'75 puntos) Calcule el seno del ángulo  $\theta$  que forman  $\vec{e}$  y  $\vec{u}$ .

**(c)** (0'75 puntos) Calcule el ángulo  $\phi$  que forman  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .

**3.-** Estudie si la recta  $r$  de ecuación  $y = 4x - 2$  es tangente a la gráfica de la función  $f(x) = x^3 + x^2 - x + 1$  en alguno de sus puntos.

**4.- (a)** (1 punto) Halle, utilizando la fórmula de integración por partes, una primitiva de la función  $f(x) = 1 + \ln x$ .

**(b)** (1'5 puntos) Calcule el área de la región plana limitada por la curva  $y = \ln x$ , la recta horizontal  $y = -1$ , y las rectas verticales  $x = 1$  y  $x = e$ .

**Instrucciones:** El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

### OPCIÓN B

1.- Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

pruebe que la matriz inversa de  $A$  es  $A^{-1} = -A^2 + A + 2I$ .

2.- (a) (1'5 puntos) Calcule las ecuaciones implícitas de la recta  $r$  que pasa por el punto  $P = (1, -1, 0)$  y es paralela a los planos  $\Pi_1 \equiv x + y = 2$  y  $\Pi_2 \equiv x - y + z = 1$ .

(b) (1 punto) Calcule también las ecuaciones paramétricas de  $r$  y un vector director de  $r$ .

3.- (a) (1 punto) Enuncie el *teorema de Bolzano*.

(b) (0'75 punto) Demuestre que alguna de las raíces del polinomio  $P(x) = x^4 - 8x - 1$  es negativa.

(c) (0'75 puntos) Demuestre que  $P(x)$  tiene también alguna raíz positiva.

4.- Calcule la siguiente integral de una función racional:

$$\int \frac{3x}{x^2 + x - 2} dx.$$