

**Instrucciones:** El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

## OPCIÓN A

**1.- (a)** (1 punto) Enuncie el *teorema del valor medio de Lagrange*.

**(b)** (1'5 puntos) Aplicando a la función  $f(x) = x^3 + 2x$  el anterior teorema, pruebe que cualesquiera que sean los números reales  $a < b$  se cumple la desigualdad  $a - b < b^3 - a^3$ .

**2.- (a)** (0'5 puntos) Diga cuándo una función  $F(x)$  es una primitiva de otra función  $f(x)$ .

**(b)** (0'5 puntos) Diga cómo puede comprobarse, sin necesidad de hacer derivadas, si dos funciones  $F(x)$  y  $G(x)$  son primitivas de una misma función.

**(c)** (1'5 puntos) Diga, razonando la respuesta, si las funciones

$$F(x) = \frac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x} \quad \text{y} \quad G(x) = \frac{1 - \operatorname{sen}^2 x}{\cos x \cdot \operatorname{sen} x}$$

son primitivas de una misma función.

**3.-** Resuelva la ecuación matricial  $AX + 2B = C$ , siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

**4.- (a)** (1 punto) Calcule las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que pasa por los puntos  $A = (0, 1, 1)$  y  $B = (1, 1, -1)$ .

**(b)** (1'5 puntos) Calcule todos los puntos de la recta  $r$  que equidistan de los planos  $\Pi_1 \equiv x + y = -2$  y  $\Pi_2 \equiv x - z = 1$ .

**Instrucciones:** El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

### OPCIÓN B

1.- (a) (1 punto) Estudie el dominio de definición y las asíntotas de la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}.$$

(b) (0'75 puntos) Estudie si la gráfica de la función  $f(x)$  corta a alguna asíntota oblicua suya.

(c) (0'75 puntos) Represente, aproximadamente, la gráfica de  $f(x)$  utilizando los valores  $f(1)$  y  $f(3)$ , y los datos obtenidos en los apartados (a) y (b).

2.- Calcule la siguiente integral definida de una función racional:

$$\int_{1+\sqrt{2}}^{1+\sqrt{5}} \frac{x-1}{x^2-2x} dx.$$

3.- Determine el rango de la matriz  $A$  según los valores de  $b$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & b+2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ b+1 & 1 & b \end{pmatrix}.$$

4.- Sean  $\vec{e}$ ,  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  vectores en  $\mathbb{R}^3$  tales que  $\vec{e} \times \vec{u} = (1, 0, -1)$ ,  $\vec{v} \times \vec{e} = (0, 1, 1)$ .

(a) (0'75 puntos) Calcule el vector  $(\vec{e} \times \vec{u}) \times (\vec{v} \times \vec{e})$ .

(b) (1'75 puntos) Calcule el vector  $\vec{w} = \vec{e} \times (2\vec{u} - \vec{e} + 3\vec{v})$ .