Prueba de Acceso a la Universidad de Extremadura

Curso 2014-15

Asignatura: MATEMÁTICAS II — Tiempo máximo de la prueba: 1h. 30 min.

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro preguntas de la opción elegida puntuará como máximo **2'5 puntos**. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1.- Discuta, en función del parámetro b, el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & & & = & b \\ -2x & - & y & + & (b-1)z & = & -2 \\ bx & + & y & - & z & = & 2 \end{array}\right\}$$

(no es necesario resolverlo en ningún caso).

2.- En $\mathbb{R}^3$, considere el plano $\Pi : ax+by+cz=d$, la recta $r : \left\{ \begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \end{array} \right.$, y el punto $P=(1,0,1)$.

(a) (1 punto) Obtenga cómo deben ser los números reales a, b, c, d para que el plano Π contenga a la recta r.

(b) (1'5 puntos) Supuesto que Π contiene a r, pruebe que la distancia del punto P a Π es menor o igual a 1: $\mathrm{d}(P,\Pi) \leq 1$.

3.- **(a)** (1'75 puntos) Estudie los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $f(x)=\ln\left(1+x^2\right)$.

(b) (0'75 puntos) Estudie si la recta r de ecuación $y=-x-1+\ln 2$ es tangente a la gráfica de $f(x)=\ln\left(1+x^2\right)$ en algún punto de inflexión de $f(x)$.

4.- Calcule la siguiente suma de integrales definidas

$$\int_0^{e-1} \frac{1}{x+1}\,\mathrm{d}x + \int_0^{\pi} \cos x \cdot \mathrm{e}^{\operatorname{sen} x}\,\mathrm{d}x .$$

Asignatura: MATEMÁTICAS II Tiempo máximo de la prueba: 1h. 30 min.

Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN B

1.- Determine la relación que debe existir entre los parámetros x e y para que las matrices $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1 & y \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 1 \end{pmatrix}$ conmuten, es decir, para que $A \cdot B = B \cdot A$.

2.- Dados en $\mathbb{R}^3$ los planos $\Pi_1 \equiv\ x + y - z = 1$ y $\Pi_2 \equiv\ x - y + z = 1$, obtenga el conjunto H de los puntos de $\mathbb{R}^3$ que distan igual de dichos planos.

3.- (a) (1 punto) Enuncie el *teorema de Bolzano.*

(b) (0'75 puntos) Utilizando el teorema de Bolzano, encuentre un intervalo de la recta real en el que la función polinómica $p(x) = 3x^3 - x + 1$ tenga alguna raíz.

(c) (0'75 puntos) Utilizando el teorema de Bolzano, demuestre que las gráficas de las funciones $f(x) = e^x + \ln(1 + x^2)$ y $g(x) = e^x + 1$ se cortan en algún punto.

4.- (a) (0'5 puntos) Represente, aproximadamente, la gráfica de la función $g(x) = \text{sen}(2x)$ definida en el intervalo $[0, \pi]$.

(b) (2 puntos) Calcule el área de la región plana limitada por la gráfica de la función $g(x) = \text{sen}(2x)$, el eje OX y las rectas $x = 0$, $x = \pi$.