

Materia: **Matemáticas II**

Tiempo máximo de la prueba: 1h 30 min.

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN. El examen consta de **10 preguntas**, cuyo valor es de **2 puntos cada una**. El estudiante ha de elegir 5 preguntas.

Observación importante: En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen solo se tendrán en cuenta las cinco primeras preguntas respondidas. Se seguirá el orden en el que las respuestas aparezcan desarrolladas por el estudiante. Si se desea que alguna de ellas no sea tenida en cuenta, el estudiante ha de tacharla y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de las cuatro primeras preguntas sin tachar, se corregiría la que ocupe el siguiente lugar. **Justificar** las respuestas.

PREGUNTAS

1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) Calcule los productos de matrices $A \cdot B$ y $B \cdot A$. ¿Se cumple que $A \cdot B = B \cdot A$? (1 punto)
 b) Compruebe si es cierta la igualdad $(A + B)^2 = A^2 + B^2$. (1 punto)

2. a) Estudie en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$ el siguiente sistema de ecuaciones: (1,25 puntos)

$$\left. \begin{array}{l} x \quad \quad \quad + \lambda z = 1 \\ x + y + \lambda z = 1 \\ \lambda x - y + z = 1 \end{array} \right\}$$

- b) Resuelva el sistema (si es posible) para $\lambda = 1$. (0,75 puntos)

3. Sean los vectores $\vec{u} = (4, 3, \alpha)$, $\vec{v} = (\alpha, 1, 0)$ y $\vec{w} = (2\alpha, 1, \alpha)$ (con $\alpha \in \mathbb{R}$).

- a) Determine los valores de α para que \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} sean linealmente independientes. (1 punto)
 b) Para el valor $\alpha = 1$ exprese \vec{w} como combinación lineal de \vec{u} y \vec{v} . (1 punto)

4. Dados el plano Π_1 determinado por los puntos $(0, 1, 1)$, $(2, 0, 2)$ y $(1, 2, 6)$ y el plano Π_2 dado por la ecuación $x - y + z = 3$. Calcule una recta que sea paralela a los dos planos y que no esté contenida en ninguno de ellos. (2 puntos)

5. Sea la función $f(x) = \frac{4x}{1+x^2}$.

- a) Estudie las asíntotas, la monotonía (crecimiento y decrecimiento) y los extremos relativos (máximos y mínimos) de la función $f(x)$. (1,5 puntos)
 b) Con los datos obtenidos en el apartado anterior, represente de forma aproximada la gráfica de la función $f(x)$. (0,5 puntos)

6. Calcule los valores de a y b sabiendo que la siguiente función $f(x)$ es derivable en todo su dominio: (2 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b & \text{si } x \leq 1 \\ -2 + \ln(x) & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

