



Prueba de Evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad Curso 2020-2021

Materia: **Matemáticas II**

Tiempo máximo de la prueba: 1h 30 min.

INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN. El examen consta de **10 preguntas**, cuyo valor es de **2 puntos cada una**. El estudiante ha de **elegir 5 preguntas**. En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección del examen sólo **se tendrán en cuenta las cinco primeras preguntas respondidas**. Se seguirá el orden en el que las respuestas aparezcan desarrolladas por el estudiante. Si se desea que alguna de ellas no sea tenida en cuenta, el estudiante ha de tacharla y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de las cuatro primeras preguntas sin tachar, se corregiría la que ocupe el siguiente lugar. **Justificar las respuestas y las soluciones.**

PREGUNTAS

1. Demostrar que la matriz $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ verifica la ecuación $M^2 + \lambda_1 M + \lambda_2 I = 0$ y determinar los escalares λ_1 y λ_2 de \mathbb{R} (donde I y 0 son las matrices 2×2 identidad y cero). (2 puntos)
2. Discutir y resolver (en los casos que sea posible) el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$: (2 puntos)

$$\left. \begin{array}{l} x - y = \lambda \\ x - \lambda y = \lambda \\ \lambda x - y = \lambda \end{array} \right\}.$$

3. Dados el plano $\Pi \equiv kx + y - z = 0$ y la recta $r \equiv \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$.
 - a) Determinar los valores del parámetro $k \in \mathbb{R}$ para que el plano Π contenga a r . (1 punto)
 - b) Para $k = 0$, calcular el ángulo que forman Π y r . (1 punto)
4. Sea el plano $\Pi \equiv x + y + z = 1$. Encontrar un plano paralelo a Π tal que el triángulo formado por los puntos de corte de dicho plano con los ejes tenga área $2\sqrt{3}$. (2 puntos)
5. Estudiar asíntotas, monotonía (crecimiento y decrecimiento), extremos relativos y puntos de inflexión de la función $f(x) = e^{-x^2}$. (2 puntos)
6. Demostrar que las gráficas de las funciones $f(x) = 2 - x^2$ y $g(x) = e^x$ se cortan en al menos 2 puntos. Para cada uno de los puntos de corte, encontrar un intervalo que lo contenga de longitud menor o igual que 1. Razonar las respuestas exponiendo y verificando los resultados (teoremas) que lo justifiquen. (2 puntos)

7. Calcular la integral racional (2 puntos)

$$\int \frac{3x}{x^2 + x - 2} dx.$$

